

## مقایسه مدل‌های تک فاز و دوفاز در پیش‌بینی عملکرد هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال

زهرا سربازی<sup>1</sup>، فرامرز هرمزی<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی شیمی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

<sup>2</sup> دانشیار دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

دریافت: 1397/6/5 پذیرش: 1398/3/5

### چکیده

در این مقاله مدل‌های تک فاز و دوفازی، برای پیش‌بینی عملکرد هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال معرفی می‌شود. نانوسیال به عنوان محیط جدید انتقال حرارت، از پراکندن نانوذرات در ساخته می‌شود. در مدل‌های تک فاز فرض می‌شود نانوسیال مانند سیال مجازی همگن رفتار می‌کند. در مدل‌های دوفازی اندرکنش‌های بین ذرات و سیال نیز در نظر گرفته می‌شوند. هر دو نوع مدل در هیدرودینامیک پیش‌بینی یکسانی دارند، اما در توزیع دما تفاوت دارند. زیرا عوامل موثر انتقال حرارت در مدل‌های دوفازی لحاظ می‌شود. در غلظت کم نانو ذرات، می‌توان از اثرات ذرات فاز پراکنده بر میدان جریان فاز پیوسته صرف نظر و از مدل تک فاز استفاده کرد. در غلظت زیاد، برهم‌کنش میان ذرات و سیال مهم شده لازم است مدل‌های دوفازی به کار گرفته شوند. با توجه به نوع مساله، امکانات موجود و دقت مورد نیاز، می‌توان از مدل‌های تک فاز و یا دو فاز استفاده کرد.

**کلمات کلیدی:** نانوسیال، دینامیک سیالات محاسباتی، مدل تک فاز، مدل دو فاز، انتقال گرما



## مقدمه

استفاده از سیالاتی با خواص ترموفیزیکی مناسب، از روش‌های موثر برای افزایش ضریب انتقال حرارت در سامانه‌های حرارتی است. ضریب هدایت حرارتی، یکی از مهم‌ترین خواص ترموفیزیکی برای بهبود انتقال حرارت سیالات است. در شکل (1) ضریب هدایت حرارتی سیالات خنک‌کننده مرسوم از قبیل آب، اتیلن گلیکول و روغن در مقایسه با مواد پلیمری، جامدات فلزی و اکسیدفلزی نشان داده شده است [1]. فلزات دارای ضریب هدایت گرمایی بزرگ‌تری نسبت به مایعات هستند. به عنوان مثال، هدایت گرمایی مس در دمای محیط 700 برابر آب و 3000 برابر روغن موتور است. به همین دلیل انتظار می‌رود سیال حاوی ذرات جامد معلق فلزی یا اکسید فلزی دارای هدایت گرمایی بالاتری نسبت به سیال خالص باشد به عبارت دیگر، افزودن ذرات جامد فلزی و یا غیرفلزی به دلیل داشتن ضرایب هدایت حرارتی بزرگ‌تر، باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی مایعات می‌شود [2]. برای اجتناب از ته نشینی ذرات، از ذراتی در اندازه 1-100 نانومتر استفاده می‌شود که نانوذره نامیده می‌شوند. سوسپانسیون نانوذرات و مایعات خنک‌کننده حرارتی، نانوسیال<sup>1</sup> نام دارد. استفاده از نانوسیال اولین بار در سال 1995 توسط چوی و همکاران در آزمایشگاه ملی آرگون<sup>2</sup> پیشنهاد شد [3]. به دلیل توانایی‌های زیاد نانوسیال در خنک‌سازی و افزایش عملکرد انتقال حرارت در مقایسه با سیالات خالص، نانوسیال به عنوان محیط جدید انتقال حرارت مورد توجه قرار گرفت. استفاده از نانوسیال باعث ایجاد مزایایی از قبیل بهبود انتقال حرارت، کاهش توان لازم برای انتقال سیال، کاهش اندازه سامانه‌های حرارتی و نهایتاً کاهش هزینه در بخش‌های حرارتی صنایع می‌شود [4]. وجود نانوذرات علاوه بر افزایش ضریب هدایت حرارتی، باعث تغییر سایر خواص ترموفیزیکی نانوسیال مانند ضریب لزجت، ظرفیت گرمایی ویژه و چگالی شده و رفتار هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال را نیز تغییر می‌دهد.

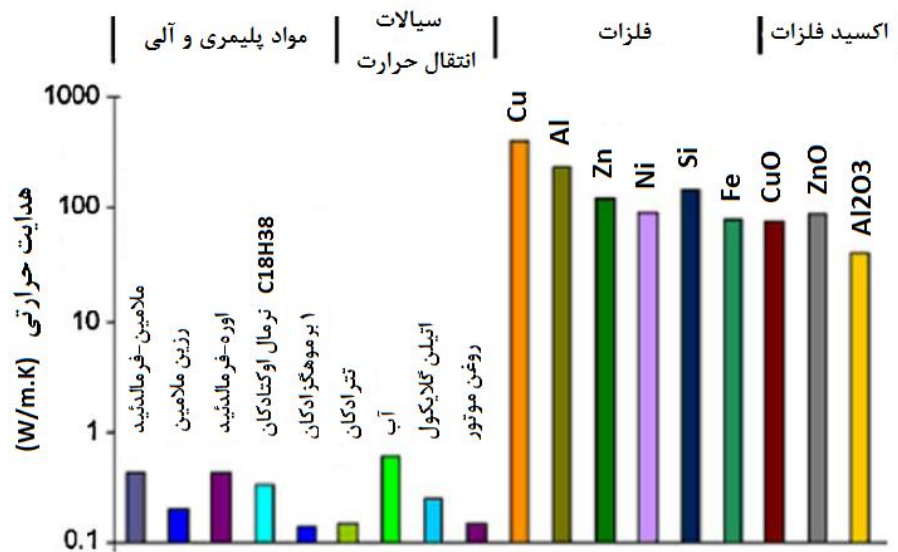
نانو ذرات مختلفی از قبیل  $\text{Cu}$ ،  $\text{Fe}$ ،  $\text{Au}$ ،  $\text{Ag}$ ،  $\text{Tic}$ ،  $\text{Sic}$ ،  $\text{CuO}$ ،  $\text{Al}_2\text{O}_3$  برای آماده‌سازی و کاربرد در نانوسیالات استفاده می‌شود [5]. اخیراً از نانولوله‌های کربنی نیز به دلیل بزرگ بودن ضریب هدایت حرارت محوری، استفاده شده است که عمل‌کرد مناسبی داشته است [6]. سیالاتی که برای ساخت نانوسیالات به کار می‌روند، سیال پایه نامیده می‌شوند. ساخت نانوسیال پایدار، یکی از چالش‌های فنی در این زمینه است. برای پایداری نانوذرات درون سیال پایه مقداری مواد فعال‌کننده سطحی اضافه شده و از تغییر اسیدیته و امواج مافوق صوت برای پراکندن نانو ذرات نیز استفاده می‌شود [7، 8].

پژوهش‌های گسترده‌ای برای تعیین میزان افزایش این کارآمدی در حال انجام است. در گروهی از این پژوهش‌ها، از دینامیک سیالات محاسباتی<sup>3</sup>، برای بررسی عمل‌کرد هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال استفاده می‌شود. مدل‌های توصیف‌کننده رفتار نانوسیال، به دو دسته مدل‌های تک فاز و مدل‌های دو فاز قابل تقسیم است [9]. در این مقاله، ابتدا مبانی نظری انتقال گرما در نانوسیال ارائه می‌شود، سپس مدل‌های تک فاز و دوفاز دینامیک سیالات محاسباتی، برای پیش‌بینی عملکرد هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال معرفی و مزایا و معایب هر مدل بیان می‌شود.

<sup>1</sup> Nanofluid

<sup>2</sup> Argonne National Laboratory

<sup>3</sup> Computational fluid dynamic or CFD



شکل (1) مقایسه هدایت حرارتی مایعات متداول، پلیمرها و جامدات فلزی و اکسید فلزی [1]

### مبانی نظری انتقال گرما در نانوسیال

سیالات مورد استفاده به عنوان مخلوط جامد-مایع، به طور کلی پیوسته در نظر گرفته می‌شوند. با این حال در نانوسیالات حاوی کسر حجمی زیاد نانوذره، این فرض تفاوت قابل توجهی در داده‌های تجربی ایجاد می‌کند. از این جهت شناخت مکانیسم، برای توضیح تعامل مولکولی نانوذرات با سیال پایه، به منظور نشان دادن تغییرات خواص در نانوسیالات، اهمیت پیدا می‌کند. مکانیسم‌های احتمالی برای هدایت حرارتی نانوسیالات، به صورت زیر پیشنهاد شده است [10,11]:

1. تعامل و برخورد بین ذرات، حرکت براونی ذرات
2. پراکندگی شدید نانوذرات درون سیال پایه، ایجاد میکرو آشفتگی
3. لایه بندی در سطح مشترک ذره-مایع
4. ماهیت انتقال حرارت در نانوذرات
5. اثرات خوشه بندی نانوذرات
6. افزایش مساحت سطح انتقال حرارت
7. افزایش هدایت حرارتی ناشی از استفاده از نانوذراتی با هدایت حرارتی بالاتر

### حرکت براونی<sup>4</sup>:

انتقال گرما را می‌توان دارای بخش ایستا و یک بخش پویا در نظر گرفت. در بخش ایستا، خواص محیط به طور مستقیم مقدار هدایت حرارتی نانوسیال را تحت تاثیر قرار می‌دهند. این خواص شامل اندازه و کسر حجمی نانوذره، دمای نانوسیال و مقدار ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و نانو ذره است [11]. وابستگی ضریب هدایت

<sup>4</sup> Brownian motion



حرارتی به دمای نانوسیال کم است [12]، بنابراین حرکت براونی در دماهای کم، تاثیر کمی بر ضریب هدایت حرارتی دارد. در مدل پویا، حرکت براونی نانوذرات درون سیال پایه در نظر گرفته می‌شود. این عامل حرارت را به دو روش توزیع می‌کند. در روش اول، یا توزیع مستقیم، حرکت نانوذرات که حامل انرژی هستند، باعث توزیع حرارت متناسب با سرعت ذره می‌شود. در روش دوم یا توزیع غیرمستقیم در اثر همرفتی در مقیاس ریز<sup>5</sup> تشکیل شده توسط جنبش سیال اطراف نانوذرات ایجاد می‌شود. در اثر حرکت براونی، بخشی از مایع اطراف هر ذره تحت تاثیر قرار می‌گیرد، به عبارت دیگر در لایه های اطراف نانوذرات اغتشاش ایجاد می‌شود و حرکت همرفتی در مقیاس ریز به وجود می‌آورد.

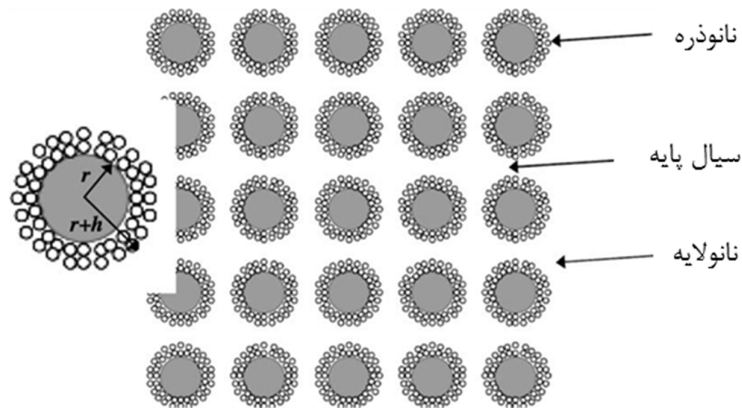
### لایه بندی در سطح مشترک سیال-ذره<sup>6</sup>

اثر مقاومت بین سطحی در هدایت حرارتی، از شکل‌گیری تماس بین سطحی ضعیف ناشی می‌شود. کاهش اندازه ذره، باعث کاهش در هدایت حرارتی می‌شود. در مقابل، یک اثر بین سطحی که بتواند هدایت حرارتی را افزایش دهد، لایه بندی مایع در سطح مشترک جامد-مایع است. سطح مشترک که به صورت لایه نازکی از مایع در اطراف ذره تشکیل می‌شود، به عنوان فاز سوم نانوسیال مطرح می‌شود که به صورت یک پل یا یک مانع در انتقال گرما عمل می‌کند. لایه بین سطحی را می‌توان در شکل (2) مشاهده کرد [13]. ساختار نانوسیال مانند ساختار مواد مرکب در نظر گرفته شده است. این مواد مرکب، ترکیبی از نانوذرات، یک لایه بین سطحی شامل خواص متوسط اطراف این هسته و یک ماتریس متشکل از سیال پایه است که در این ناحیه شناور است. در فصل مشترک بین ذرات جامد و سیال پایه، ملکول‌های مایع می‌توانند در ماتریس سیال پایه مرتب شوند. با نزدیک شدن رفتار سطح مشترک به رفتار جامدات بلوری، هدایت بزرگتری نسبت به مایعات مشاهده می‌شود [12].

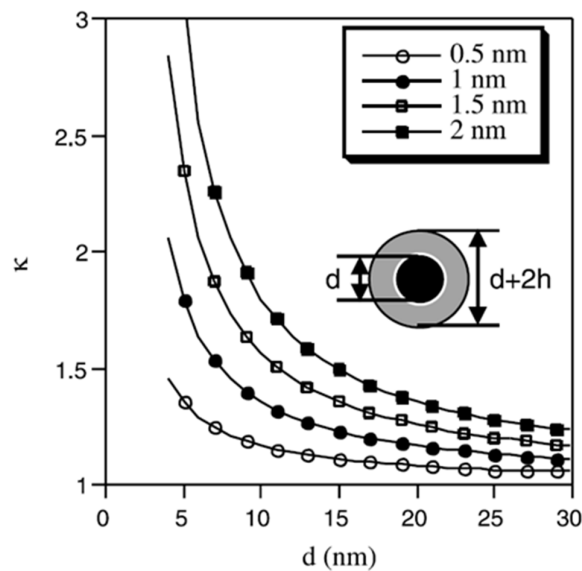
برای ارزیابی این اثر، فرض می‌شود هدایت حرارتی مایع بین سطحی همانند جامد است. حجم موثر بزرگتر حاصل از ساختار ذره-لایه-مایع، هدایت حرارتی را بالا می‌برد. شکل (3)، افزایش هدایت حرارتی ناشی از تشکیل لایه بین سطحی را نشان می‌دهد. با افزایش ضخامت لایه بین سطحی هدایت حرارتی افزایش یافته است [14].

<sup>5</sup> Micro-convection

<sup>6</sup> liquid layering at liquid/particle interface



شکل (2) طرحواره سطح مقطع ساختار نانوسیال [13]



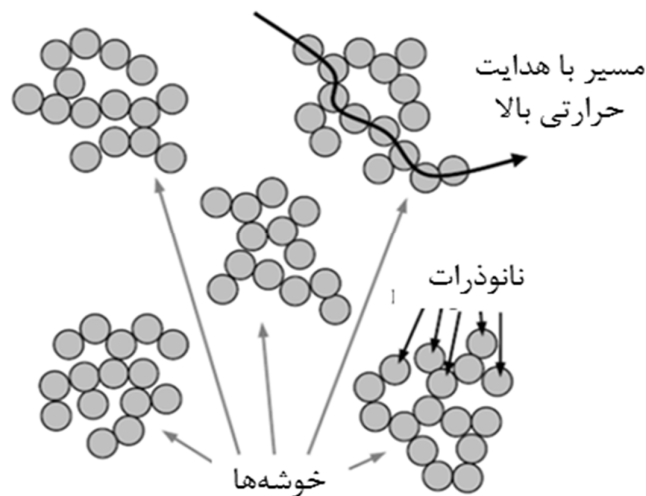
شکل (3) افزایش هدایت حرارتی اضافی  $k$  ناشی از تشکیل ساختار لایه مایع با هدایت بالا در سطح مشترک

مایع-ذره برای چند مقدار ضخامت لایه  $h$  به عنوان تابعی از قطر ذره  $d$  [14]

### خوشه بندی ذرات<sup>7</sup>:

در اثر نیروی جذب واندروالس، خوشه‌های نانوذرات به وجود می‌آیند که منجر به ایجاد محل عبوری با مقاومت گرمایی کمتر برای انتقال گرما می‌شود. در شکل (4)، مسیر هدایت حرارتی بالا که منجر به انتقال سریع گرما در طول فواصل طولانی می‌شود، نشان داده شده است [15].

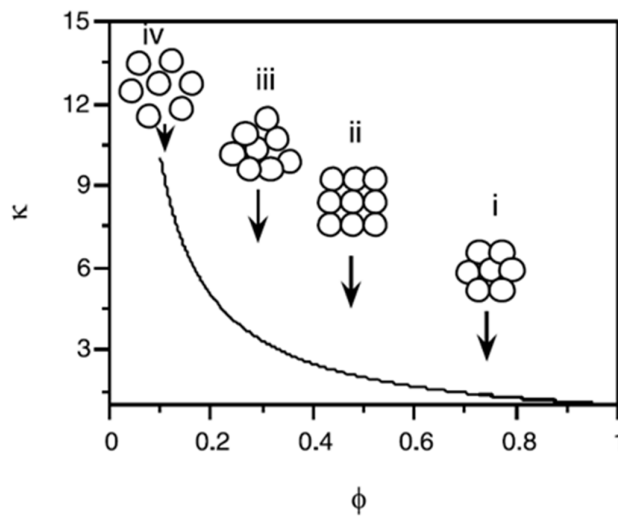
<sup>7</sup> Particle clustering



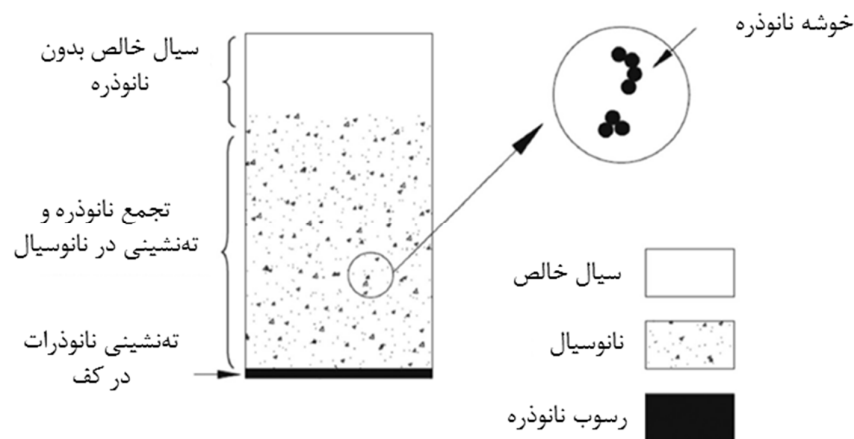
شکل (4) طرح‌واره پدیده خوشه‌ای شدن [15]

با ایجاد مسیرهای با مقاومت حرارتی پایین‌تر، خوشه‌بندی ذرات، اثر عمده‌ای روی هدایت حرارتی موثر دارد. اما هر خوشه بزرگ احتمال ته‌نشینی در سیال را دارد. خوشه‌ای شدن بیش از حد ذرات در نانوسیالات، هدایت حرارتی را تخریب می‌کند، بنابراین باید سطح بهینه خوشه، به منظور رسیدن به حداکثر افزایش به دست آمده توسط این اثر، مشخص شود. حجم موثر خوشه، یا حجمی از خوشه که از سایر خوشه‌ها مستثنی شده است، می‌تواند بسیار بزرگتر از حجم فیزیکی ذرات باشد. از آنجا که در چنین خوشه‌ای، حرارت می‌تواند به سرعت حرکت کند، کسر حجمی فاز بسیار هادی، بزرگتر از حجم جامد است. طبق شکل (5)، مشاهده می‌شود که با کاهش کسر بسته‌ها، حجم موثر افزایش می‌یابد که باعث افزایش هدایت خواهد شد [14].

خوشه‌ای شدن باعث بالا رفتن درصد حجمی می‌شود و هرچه درصد حجمی نانوذره بیشتر باشد افزایش بیشتری در رسانش نانوسیال مشاهده می‌شود. علت این افزایش خوشه‌های نامتراکم‌تر و افزایش درصد حجمی موثر می‌باشد. البته پدیده خوشه‌ای شدن از دو جهت ممکن است اثر منفی روی نانوسیال داشته باشد، این پدیده با ایجاد توده‌های بزرگ ممکن است باعث عدم پایداری سوسپانسیون شود و همچنین با ایجاد نواحی خالی از ذرات نانو در مایع و بالا رفتن مقاومت گرمایی باعث کاهش انتقال گرما شود. ته‌نشینی و رسوب نانوذرات پس از مدت کوتاهی، نتیجه این عامل است. شکل (6) طرح‌واره نانوسیال را پس از مدتی نشان می‌دهد. نیروی براونی، نیروی درگ، نیروی گرانش، نیروی گرادیان فشار، نیروی بالابر و نیروی جرم مجازی نانوذرات باعث خوشه‌بندی و تشکیل ذرات بزرگتر می‌شود [16].



شکل (5) افزایش هدایت حرارتی اضافی  $k$  ناشی از افزایش حجم موثر  $\phi$  خوشه های با هدایت زیاد دیگرام از راست به چپ نشان می‌دهد: (i) آرایش فشرده ذرات (ii) آرایش مربعی ساده (iii) ساختار بی قاعده فشرده ذرات در تماس فیزیکی (iv) خوشه ذرات جداشده توسط لایه مایع به اندازه کافی نازک به منظور سرعت بخشیدن به جریان حرارتی در میان ذرات [14].



شکل (6) طرح‌واره نانوسیالات بعد از دوره زمانی [16]

### مدل تک فازی

در مدل تک فازی، فرض می‌شود نانوسیال به عنوان یک سیال مجازی و همگن از نانو ذرات پراکنده در سیال پایه رفتار می‌کند. در این حالت از اختلاف سرعت بین نانو ذرات و سیال پایه یا سرعت لغزشی، صرف نظر شده و نانو ذرات و سیال پایه در شرایط تعادل گرمایی قرار دارند [17]. معادلات حاکم در مدل‌های تک فازی عبارتند از:



$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \cdot V_m) = 0 \quad (1) \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \cdot V_m V_m) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu_{nf} \cdot \nabla V_m) \quad (2) \quad \text{معادله اندازه حرکت:}$$

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \cdot C_p \cdot V_m \cdot T) = \nabla \cdot (k_{nf} \cdot \nabla T) \quad (3) \quad \text{معادله انرژی:}$$

در غلظت‌های کم نانو ذرات، از تاثیر ذرات فاز پراکنده بر روی میدان جریان فاز پیوسته می‌توان صرف نظر کرد. بنابراین جمله‌های منبع که بیانگر تبادل ذرات فاز پراکنده و فاز پیوسته بوده در این مدل‌ها وجود ندارد. مدل‌های تک فازی شامل مدل‌های همگن (نیوتنی و غیرنیوتنی)، پراکندگی و براونی است.

### مدل‌های همگن

مدل‌های مختلف تک فازی، با تغییر ضرایب لزجت و هدایت گرمایی موثر مدل شده است. در مدل تک فازی همگن، هدایت گرمایی موثر ( $K_{eff}$ ) با نظریه ماکسول<sup>8</sup> [18] به شکل زیر بیان می‌شود:

$$K_{eff} = \frac{K_p + 2K_b + 2(K_p - K_b)\phi}{K_p + 2K_b - (K_p - K_b)\phi} K_b \quad (4)$$

در این رابطه  $K_p$  هدایت حرارت ذرات،  $K_b$  هدایت حرارت سیال پایه و  $\phi$  کسر حجمی ذرات در سوسپانسیون است. این رابطه نشان می‌دهد هدایت حرارتی مؤثر نانوسیالات وابسته به هدایت حرارتی ذرات کروی شکل، سیال پایه و کسر حجمی ذرات جامد است. مدل هامیلتون<sup>9</sup> [19] برای مخلوط‌های جامد/ مایع با ذرات غیرکروی پیشنهاد شد:

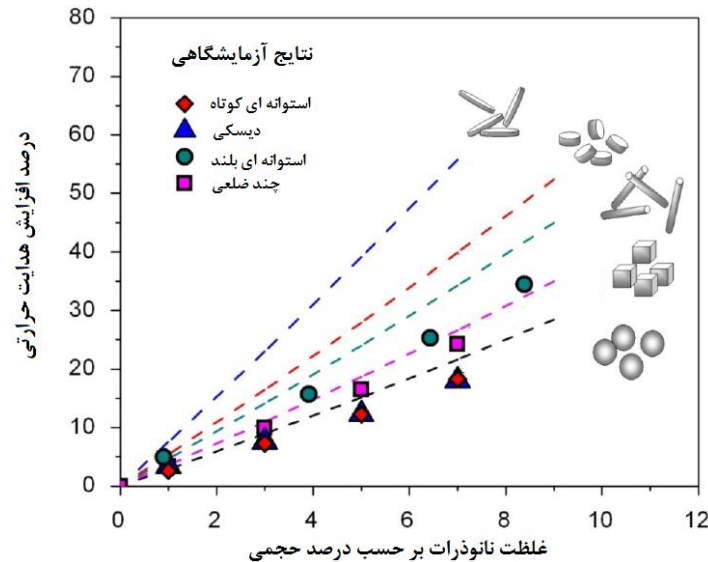
$$K_{eff} = \frac{K_p + (n-1)K_b - (n-1)(K_b - K_p)\phi}{K_p + (n-1)K_b + (K_b - K_p)\phi} K_b \quad (5)$$

در این مدل ضریب شکل  $n$  برای بررسی اثر شکل ذرات است و با رابطه  $n = 3/\psi$  معرفی شد، که  $\psi$  کرویت ذره بوده و به صورت نسبت مساحت یک کره (با حجمی معادل با ذره مورد نظر) به مساحت سطح خود ذره تعریف می‌شود. مدل‌های کلاسیک از فرمول‌های پیوسته و تنها از شکل ذرات و کسر حجمی آن‌ها به عنوان متغیرهای مربوطه و همچنین در نظر گرفتن انتقال حرارت تئوری بین دو فاز سیال و جامد استنتاج شده‌اند. افزایش زیاد هدایت حرارتی موثر در نانوسیالات با نظریه ماکسول و همچنین اصلاح آن با مدل هامیلتون تناسب دارد. در شکل (7) نحوه تغییرات و درصد افزایش هدایت حرارتی نانوسیالات متشکل از نانوذراتی با شکل‌های مختلف بر حسب درصد حجمی نانوذرات ارائه شده است. در این شکل اثر شکل نانوذرات مختلف بر روی هدایت حرارتی نانوسیالات نشان داده شده است [20].

<sup>8</sup> Maxwell

<sup>9</sup> Hamilton





شکل (7) نحوه تغییرات هدایت حرارتی نانوسیالات متشکل از نانوذرات با شکل های مختلف [20]

انشتین<sup>10</sup> [21] اولین کسی بود که برای ضریب لزجت موثر سوسپانسیونی از جامدات کروی، رابطه ارائه داد:

$$\mu_{eff} = (1 + 2.5\phi_p)\mu_b \quad (6)$$

اما اطلاعات آزمایشگاهی نشان می دهند که ضریب لزجت موثر نانوسیالات بیشتر از مقادیر پیش بینی شده با این معادله است. بنابراین محققان اصلاحات مختلفی روی نظریه انشتین انجام دادند. به منظور توسعه این معادله برای غلظت های زیاد ذرات، بر هم کنش بین ذره-ذره لحاظ و رابطه زیر ارائه شد:

$$\mu_{eff} = (1 + c_1\phi_p + c_2\phi_p^2 + c_3\phi_p^3 + \dots)\mu_b \quad (7)$$

برای در نظر گرفتن این حقیقت که ویسکوزیته موثر یک مخلوط در غلظت حجمی حداکثری ذرات ( $\phi_{p max}$ ) بی نهایت می شود، جمله ای به شکل  $\left[1 - \left(\phi_p / \phi_{p max}\right)\right]^\alpha$  به مخرج رابطه ی (6) اضافه شد. تعدادی از مهم ترین روابط برای محاسبه ضریب لزجت، در جدول (1) ارائه شده است.

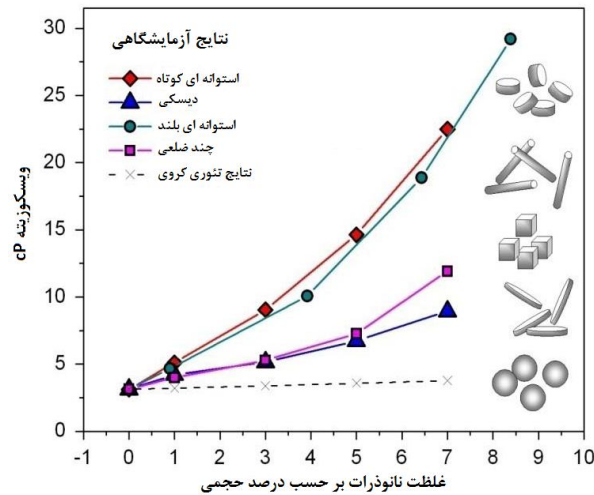
در شکل (8) نحوه تغییرات و درصد افزایش ویسکوزیته نانوسیالات متشکل از نانوذراتی با شکل های مختلف بر حسب درصد حجمی نانوذرات ارائه شده است. در این شکل اثر شکل نانوذرات مختلف بر روی ویسکوزیته نانوسیالات نشان داده شده است.

<sup>10</sup> Einstein



## جدول (1) تعدادی از مهمترین روابط برای محاسبه ضریب لزجت نانو سیال

مدل	نانوسیال	ارائه دهنده
$\mu_{eff} = 13.47 \exp(35.98\phi_p) \mu_b$	اکسید آلومینا/ اتیلن گلايکول	تی سنگ و لین [22]
$\mu_{eff} = (1 + 7.3\phi_p + 123\phi_p^2) \mu_b$	آلومینا/ آب	مایگا [23]
$\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \beta \rho_b \phi_p \sqrt{\frac{k_B T}{2\rho_p r_p} [(-134.63 + 1722.3\phi_p) + (0.4705 - 6.04\phi_p)T]}$ که حرکت ذره به پارامتر تجربی نسبت داده می شود.	اکسید مس/ آب	کو و کلینستر [24]
$\ln \mu_{eff} = -(2.8751 + 53.54\phi_p - 107.12\phi_p^2) + (1078.3 + 15857\phi_p - 2087\phi_p^2) (1/T)$	اکسید مس/ آب	کالکرانی و همکاران [25]
$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \frac{1}{1 - 34.87(d_p/d_{bf})^{-0.3} \phi^{1.03}}$	نانوذرات شامل آلومینا، تیتانیوم، سیلیکا و مس معلق در آب،	کور کیون [26]
$volume - concentration \rightarrow \frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 1 + 1.59\phi - 16.36\phi^2 + 50.4\phi^3$ $Temperature \rightarrow \frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 0.2T^2 - 30.3T + 1048$	نانولوله کربنی تک دیواره / روغن روان کننده	وکیلی نژاد و دورانی [27]
$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 38.158\phi - 0.0017357T + 1.1296$	نانولوله کربنی چند دیواره / آب	همت اسفه [28]
$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 37 \left(0.1 + \frac{\phi}{100}\right)^{1.59} \left(0.1 + \frac{T}{80}\right)^{0.31}$	نانوسیال ترکیبی سیلیکون اکساید-تیتانیوم اکساید/ آب- اتیلن گلايکول	نابیل و همکاران [29]



شکل (8) نحوه تغییرات ویسکوزیته نانوسیالات متشکل از نانوذرات با شکل های مختلف [20]

### مدل پراکندگی تک فازی<sup>11</sup>:

در مدل پراکندگی گرمایی تک فاز، علاوه بر افزایش هدایت گرمایی در اثر حضور نانو ذرات، اثر پراکندگی نانوذرات و افزایش انتقال انرژی نیز لحاظ می‌شود. در این مدل تفاوت دما و سرعت نانوذرات نسبت به نانوسیال، به عنوان یک اغتشاش لحاظ می‌شود، بنابراین میانگین فاز حقیقی با در نظر گرفتن آنالوژی با اغتشاش داده می‌شود [30].

$$T = \bar{T} + T', \vec{v} = \bar{\vec{v}} + \vec{v}' \quad (8)$$

که در آن:

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \int_V T dV, \bar{\vec{v}} = \frac{1}{V} \int_V \vec{v} dV, \frac{1}{V} \int_V T' dV = 0 \quad (9)$$

با صرف نظر از سطح مرزی بین سیال و نانوذرات که بسیار کوچک هستند:

$$\nabla \cdot ((\rho C_p)_{nf} \bar{\vec{v}} \bar{T}) = \nabla \cdot (k_{nf} \nabla \bar{T}) - \nabla \cdot ((\rho C_p)_{nf} \bar{\vec{v}} T') \quad (10)$$

جمله دوم سمت راست بیانگر اثر پراکندگی گرمایی ناشی از جنبش نامنظم ذرات، در معادله انرژی را نشان میدهد. شار گرمایی ناشی از پراکندگی گرمایی در جریان نانوسیال به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q_d = (\rho C_p)_{nf} \bar{\vec{v}} T' = -k_d \nabla \bar{T} \quad (11)$$

با جایگذاری معادله (11) در معادله (10):

<sup>11</sup> Single Dispersion Model or SDM



$$\nabla \cdot (\rho C_p)_{nf} \overline{VT} = \nabla \cdot (k_{nf} + k_d) \nabla \overline{T} \quad (12)$$

$k_d$  ضریب هدایت گرمایی پراکنده است که نتیجه لغزش بین نانوذرات و سیال پایه و اختلال ناشی از نانوذرات در جریان، به وجود می‌آید و با هر دو گرادیان سرعت یا دما محاسبه شود.

$$k_d = C_d (\rho C_p)_{nf} \frac{R\varphi}{d_p} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \quad (13)$$

$$k_d = C_d (\rho C_p)_{nf} \frac{R\varphi}{d_p} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (14)$$

### مدل براونی تک فازی<sup>12</sup>:

حرکت براونی باعث جابجایی در مقیاس میکرو و انتقال گرما بین نانوذرات و سیال پایه می‌شود. برای مدل‌های تک فازی پیشرفته مثل مدل‌های براونی و پراکندگی، فرض شده که نانو سیال به طور متوسط همگن است [31] و حرکت براونی نانو ذرات درون سیال پایه، مشابه اختلاط در آشفتگی عمل می‌کند بنابراین عدد پرانتل براونی برابر واحد ( $Pr_{br}=1$ ) خواهد بود. با این حال حرکت براونی نمی‌تواند اختلاط بالک را پیش بینی کند. برای این منظور جمله‌های اضافی در خواص موثر برای افزایش دقت مدل استفاده می‌شود. هدایت گرمایی موثر استفاده شده در این مدل حاصل جمع ضریب هدایت گرمایی نانو سیال و ضریب هدایت گرمایی ناشی از حرکت براونی است:

$$k_{eff} = k_{nf} + k_{br} \quad (15)$$

که هدایت گرمایی استاتیک،  $k_{nf}$ ، توسط یک تئوری متوسط موثر، همانند تعریف ماکسول، تعریف شده است و هدایت گرمایی براونی،  $k_{br}$ ، توسط رابطه (16) ارائه شده است:

$$k_{br} = 5 \times 10^4 \beta(\varphi) \varphi \rho_{p,bf} C_{p,bf} \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_p d_p}} f(T, \varphi) \quad (16)$$

$\beta(\varphi)$  کسری از سیال که با ذرات حرکت میکند،  $f(T, \varphi)$  و  $\beta(\varphi)$  توابع نیمه تجربی هستند.

بخش براونی ضریب لزجت با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\mu_{br} = \frac{k_{br}}{C_{p,bf}} Pr_{br} \quad (17)$$

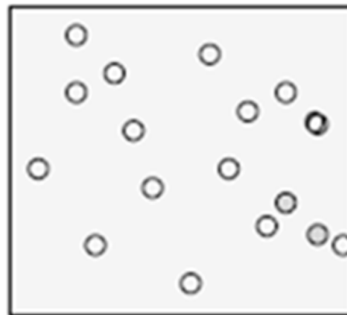
<sup>12</sup> Single Brownian Model or SBM

### مدل‌های دوفازی

در مدل‌های دوفازی یا ناهمگن، امکان شناخت و در نظر گرفتن عواملی از قبیل جاذبه، اصطکاک بین فازها، اختلاف سرعت میان دو فاز، رسوب و سایر عوامل دیگر را به وجود می‌آورد. مدل دو فازی شامل مدل اویلری-لاگرانژی، اویلری-اویلری، مخلوط و حجم سیال است [17]:

### مدل اویلری-اویلری<sup>13</sup>:

در جریان‌های با کسر حجمی بیشتر از 10% از مدل اویلری-اویلری استفاده می‌شود. در این مدل، جریان هر دو فاز با دیدگاه اویلری بررسی شده و فرض می‌شود تمام فازها در قلمرو یکدیگر شریکند. فاز پراکنده نیز به عنوان یک فاز پیوسته در نظر گرفته می‌شود [32]. در شکل (9)، این رویکرد مشاهده می‌شود:



شکل (9) رویکرد مدل چند فازی اویلری-اویلری [33]

معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای هر یک از فازها، جداگانه نوشته می‌شوند. حجم هر فاز توسط انتگرال گیری کسر حجمی در سراسر دامنه محاسبه می‌شود.

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q V_q) = 0 \quad (18)$$

که در آن:

$$\vec{V}_q = \int_V \varphi_q dV \quad \text{و} \quad \sum_{q=1}^2 \varphi_q = 1 \quad (19)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q V_q V_q) = -\varphi_q \nabla p + \nabla \cdot (\tau_q) + \sum_{p=1}^n R_{pq} + F_d + F_{vm} + F_{col} + F_L \quad (20)$$

<sup>13</sup> Eulerian-Eulerian



چون اندازه ذرات خیلی کوچک است، می‌توان از نیروی برا<sup>14</sup> صرف نظر کرد. تنها نیروی پسا بین فازها در نظر گرفته می‌شود. برای نانوسیالات اثر جرم مجازی نیز می‌تواند صرف نظر شود.

فشار جامد به طور مستقل محاسبه شده و در جمله گرادیان فشار جامد،  $\nabla p_s$ ، در معادله اندازه حرکت مربوط به فاز ذرات، استفاده می‌شود. این فشار شامل یک جمله جنبشی و دو جمله ناشی از برخورد ذرات است:

$$p_s = \varphi_s \rho_s T_{ss} + 2\rho_s (1 + e_{ss}) \varphi_s^2 g_{o,ss} T_s \quad (21)$$

$e_{ss}$ ، ضریب جبران برای برخورد ذرات و  $g_{o,ss}$  تابع توزیع شعاعی است. معادله بقای انرژی با صرف نظر از اتلاف ویسکوز و تشعشع، به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\nabla \cdot (\rho_q \varphi_q C_{p,q} T_q \bar{V}_q) = \nabla \cdot (\varphi_q k_{eff,q} \nabla T_q) + \sum_{p=1}^2 Q_{pq} \quad (22)$$

که  $Q_{pq} = h(T_p - T_q)$  و  $h$ ، ضریب تبادل گرمایی است. در مدل اوپلری، ضریب هدایت گرمایی موثر بین سیال و ذرات، با روابط زیر داده می‌شود:

$$k_{eff,l} = \frac{k_{b,l}}{\varphi_l}, k_{eff,p} = \frac{k_{b,p}}{\varphi_p} \quad (23)$$

$$k_{b,l} = (1 - \sqrt{(1 - \varphi_l)}) k_l, k_{b,p} = \sqrt{(1 - \varphi_l)} (\omega A + [1 - \omega] \Gamma) k_l \quad (24)$$

### مدل مخلوط دوفازی<sup>15</sup>:

در مدل مخلوط، تنها مولفه سرعت فاز اولیه در معادلات دیفرانسیل بقای اندازه حرکت مخلوط حل شده و مولفه‌های سرعت فاز ثانویه از معادله تعادل محاسبه می‌شود. فاز اولیه، فاز ثانویه را با نیروی پسا<sup>16</sup> و آشفتگی تحت تاثیر قرار می‌دهد یعنی نانوذرات، جریان را دنبال می‌کنند. فاز ثانویه از طریق کاهش میانگین اندازه حرکت و آشفتگی، فاز اولیه را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در مدل مخلوط، فرضیات زیر لحاظ می‌شود [۳۴، ۳۵]:

1. یک فشار واحد، توسط همه فازها به اشتراک گذاشته شده است.
  2. فاز پراکنده ثانویه، فرض می‌شود که شامل ذرات کروی با اندازه ذره یکنواخت است.
  3. فعل و انفعال بین فازهای پراکنده مختلف صرف نظر می‌شود.
  4. غلظت فاز پراکنده از حل معادلات اسکالر، با احتساب تصحیح ناشی از لغزش فاز به دست می‌آید.
  5. کوپلینگ بین فازها قوی است، یعنی برهمکنش ذره-ذره و ذره-سیال در نظر گرفته می‌شود.
- در این مدل، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای مخلوط و معادله کسرجمی برای فاز ثانویه به کار گرفته می‌شود.

<sup>14</sup> Lift force

<sup>15</sup> two phase mixture model

<sup>16</sup> Drag force

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \cdot V_m) = 0 \quad (25)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\nabla \cdot (\rho_m V_m V_m) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla V_m + \nabla V_m^T)] + \nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_m V_{dr,k} V_{dr,k} \right) - \rho_m \beta_m g (T - T_i) \quad (26)$$

جمله آخر سمت راست، مربوط به نیروی بدنه و  $\beta$  ضریب اصطکاک است. ضریب لزجت و چگالی مخلوط و  $V_m$  سرعت متوسط جرمی (یا سرعت مخلوط) موجود در معادله اندازه حرکت، با روابط زیر محاسبه می‌شوند [12]:

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \mu_k \quad (27)$$

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \quad (28)$$

$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k V_k}{\rho_m} \quad (29)$$

$V_{dr,k}$  سرعت رانش<sup>17</sup> برای فاز نانوذرات (فاز ثانویه  $k$ ) است:

$$V_{dr,k} = V_{pf} - \sum_{k=1}^n \frac{\varphi_k \rho_k}{\rho_m} V_{fk} \quad (30)$$

سرعت لغزش<sup>18</sup>، اختلاف سرعت میان فاز ذرات  $p$  و فاز سیال  $f$  است که با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f f_{drag}} \frac{(\rho_p - \rho_m)}{\rho_p} a \quad (31)$$

که در آن  $f_{drag}$  با رابطه (32) محاسبه می‌شود:

$$f_{drag} = \left\{ \begin{array}{l} 1 + 0.15 Re_p^{0.687}, Re_p \leq 1000 \\ 0.0183 Re_p, Re_p > 1000 \end{array} \right\} \quad (32)$$

<sup>17</sup> drift velocity

<sup>18</sup> slip velocity

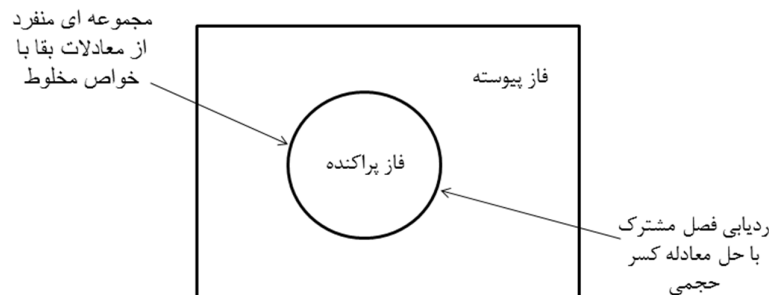
معادلات انرژی و کسر حجمی:

$$\nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^n \rho_k C_{pk} \phi_k V_k T \right) = \nabla \cdot (k_m \cdot \nabla T) \quad (33)$$

$$\nabla \cdot (\phi_p \rho_p V_m) = -\nabla \cdot (\phi_p \rho_p V_{dr,p}) \quad (34)$$

### مدل حجم سیال<sup>19</sup>:

این مدل یک مجموعه واحد از معادلات حرکت را برای همه فازها حل می‌کند و آهنگ کسر حجمی آنها در تمام نقاط دامنه مطالعه با حل یک معادله پیوستگی برای فازهای ثانویه به دست می‌آید. معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی به صورت محلی و لحظه‌ای مدل می‌شوند. به طور کلی چارچوب اوپلری برای هر دو فاز، با فرمول بندی مجدد بین سطحی بر مبنای حجمی در نظر گرفته می‌شود و حل فرایندهای جریان در اطراف یک ذره منفرد است. این رویکرد در شکل (10) نشان داده شده است. فصل مشترک بین فازها ممکن است ثابت باقی نماند و حرکت کند. برای رفع مشکل، به جای در نظر گرفتن تغییر شکل مستقیم و حرکت سطح مشترک، حرکت فازها در نظر گرفته می‌شود و از این طریق حرکت سطح مشترک از حرکت فازهای مختلفی که به وسیله سطح تماس جدا شده اند، به دست می‌آید.



شکل (10) رویکرد مدل چند فازی حجم سیال [33]

در این روش همه خواص فیزیکی با در نظر گرفتن میانگین وزنی فازهای مختلف بر پایه کسر حجمی آنها در هر حجم کنترل محاسبه خواهد شد. در معادلات بقا، خواص ترموفیزیکی، مربوط به سطح تماس می‌باشد. اگر شکل در فرایندهای جریان در نزدیکی سطح مشترک مورد مطالعه باشد، این روش مناسب است. اما برای شبیه سازی جریانهای چند فازی پراکنده در تجهیزات بزرگ فرایندی مناسب نیست، زیرا نیازمند حجم محاسباتی زیادی برای حل معادلات جریان در اطراف هر ذره پراکنده است.

<sup>19</sup> Volume of fluid (VOF)



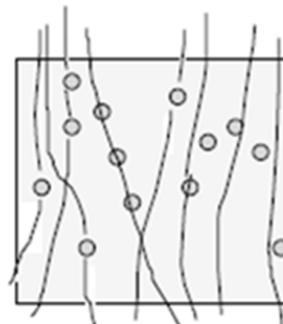
### مدل اویلری-لاگرانژی<sup>20</sup>:

در این مدل، حرکت فاز پیوسته در دیدگاه اویلری و حرکت تمام فازهای پراکنده در دیدگاه لاگرانژی شبیه-سازی می‌شود. با نوشتن موازنه اندازه حرکت برای ذرات، مسیرهای حرکت آنها در فاز پیوسته تعیین می‌شود. شکل (11) محاسبات مدل اویلری-لاگرانژی، با حل متناوب روابط فاز پراکنده و فاز پیوسته انجام می‌شود. معادلات بقا همانند مدل تک فازی است و جمله‌های چشمه  $S_m$  به معادلات اندازه حرکت و  $S_e$  به معادله انرژی اضافه می‌شود.

$$S_m = \sum_{np} \frac{m_p}{\delta V} \frac{d\vec{V}_p}{dt} \quad (35)$$

$$S_e = \sum_{np} \frac{m_p}{\delta V} C_p \frac{dT_p}{dt} \quad (36)$$

برای به دست آوردن اطلاعات مورد نیاز فاز پیوسته، میانگین‌گیری روی تعداد زیادی از مسیرهای حرکت انجام می‌شود. در این روش می‌توان فرایندهایی در سطح ذره، مانند واکنش‌های شیمیایی، انتقال جرم، گرما و امثال آن را با جزئیات شبیه‌سازی کرد. این روش برای شبیه‌سازی جریان‌های چند فازی توزیع شده با کمتر از ده درصد کسر حجمی فاز پراکنده مناسب است.



شکل (11) رویکرد مدل چند فازی اویلری-لاگرانژی [33]

استوکس، در سال 1851، معادله حرکت یک کره صلب در سیال ساکن را مورد مطالعه قرار داد. پس از آن، محققان، معادله حرکت برای ذرات در جریان غیریکنواخت را توسعه داده و رابطه زیر را پیشنهاد کردند:

$$m_p \frac{dV_p}{dt} = F_d + F_L + F_B + F_p + F_G + F_{vm} \quad (37)$$

طرف راست معادله، نشان دهنده کلیه نیروهای وارده بر ذره در فاز پراکنده (جمله چشمه) است.  $F_d$  نیروی پسا که با قانون استوکس محاسبه می‌شود.  $F_L$  نیروی برا است. وقتی یک ذره از فاز پراکنده در یک میدان جریان غیریکنواخت بالا می‌رود، به علت تنش برشی یا حالت گردابی موجود در میدان جریان فاز پیوسته، تحت

<sup>20</sup> Eulerian-Lagrangian



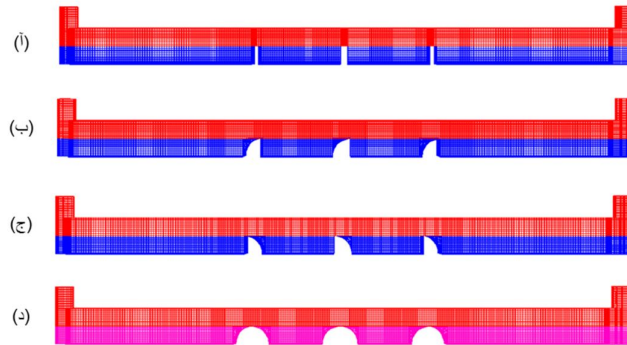
تأثیر این نیرو قرار می‌گیرد.  $F_B$ ، نیروی براونی است.  $F_p$  مجموع نیروها به علت گرادیان فشار فاز پیوسته و  $F_G$  مجموع نیروهای ناشی از گرانش است.  $F_{vm}$  نیروی جرم مجازی است وقتی ذره فاز پراکنده به طور نسبی، نسبت به فاز پیوسته شتاب می‌گیرد، بخشی از فاز پیوسته نیز شتاب می‌گیرد. این شتاب اضافی فاز پیوسته، منجر به اثر اینرسی افزوده یا جرم افزوده می‌شود.

### مقایسه مدل‌های تک فاز و دو فاز

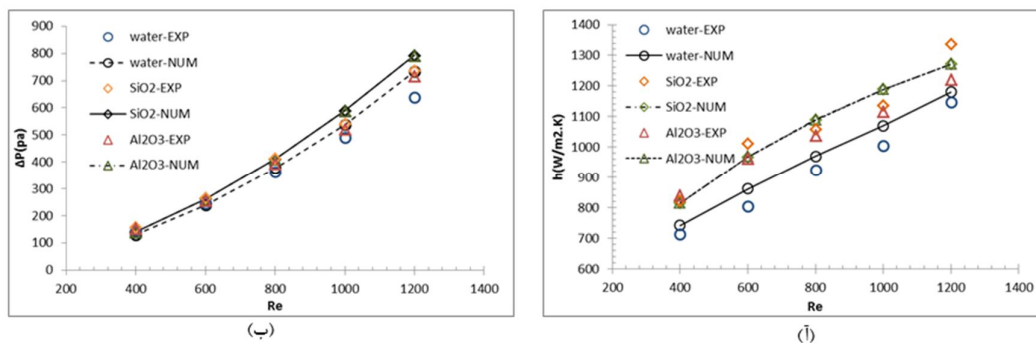
مطالعات بسیاری در زمینه مدل‌سازی نانوسیالات با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی انجام شده است. اکبری و همکاران [36]، مقایسه مدل‌های تک فاز و سه مدل دو فاز حجم سیال، مخلوط و اوپلری را برای مطالعه عددی انتقال حرارت نانوسیال با جریان آرام در لوله افقی، انجام دادند. هر دو نوع مدل، تقریباً در زمینه هیدرودینامیک پیش بینی یکسانی دارند، اما در زمینه حرارتی تفاوت دارند. هم‌چنین نشان دادند که مدل‌های دوفازی پیش بینی دقیق تری نسبت به مدل‌های تک فاز دارند و با افزایش کسر حجمی، دقت مدل تک فاز کاهش می‌یابد. کشاورز مروجی و همکاران [37]، عملکرد حرارتی نانوسیال آلومینا/آب در مینی کانال با چاهک حرارتی، در جابجایی اجباری جریان آرام را مدل کردند و مدل‌های تک‌فازی و دوفازی حجم سیال، مخلوط و اوپلری را با هم مقایسه کردند. در غلظت حجمی کم، اختلاف بین مدل‌های تک فاز و دوفازی محسوس نبود، اما با افزایش کسر حجمی، مدل دوفازی نتایج دقیق تری دارد. نتایج مدل دوفازی از هر دو جنبه هیدرودینامیکی و حرارتی بسیار به یکدیگر نزدیک هستند، اما با توجه به حافظه و زمان اجرا، مدل مخلوط را پیشنهاد کردند. حداکثر اختلاف بین دو نوع مدل در محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی 11% است. بهرویان و همکاران [17]، مقایسه جامعی از مدل‌های مختلف، برای انتقال حرارت جابجایی آرام نانوسیال آلومینا/آب در غلظت حجمی 2-0% درون لوله گرم انجام دادند. آن‌ها دو نوع مدل تک‌فازی شامل مدل‌های تک فاز همگن (نیوتنی و غیرنیوتنی) و دو مدل پراکندگی حرارتی برپایه گرادیان دما و سرعت، و چهار مدل دو فاز شامل اوپلری، دو نوع مدل مخلوط و مدل فاز گسسته لاگرانژی را با هم مقایسه کردند. طبق این بررسی، مدل تک فاز غیرنیوتنی نسبت به نیوتنی، پیش‌بینی دقیق تری از عدد ناسلت دارد، به طوری که خطای متوسط مدل نیوتنی و غیرنیوتنی به ترتیب 5,98% و 4,84% است. با افزودن نانوذرات به سیال پایه، به خصوص در کسر حجمی بالا، نانوسیال به علت افزایش ویسکوزیته رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند و سیال غیرنیوتنی می‌شود. با ترکیب مدل پراکندگی با مدل غیرنیوتنی، خطای مدل به 2,07% کاهش می‌یابد. مدل‌های تک‌فازی پیش بینی کمتری از ناسلت دارند که به دلیل صرف نظر از مکانیسم لغزش توسط نانوذرات بسیار ریز و سیال پایه است. هم‌چنین در این مدل اثر عدد رینولدز روی اندازه خوشه ذرات و حرکت براونی صرف نظر می‌شود، در حالی که افزایش رینولدز خوشه‌های بزرگتر را می‌شکند، حرکت براونی افزایش می‌یابد، در نتیجه انتقال گرما زیاد می‌شود. در میان مدل‌های دو فاز، به ترتیب مدل‌های فاز گسسته، اوپلری و مخلوط، با خطای میانگین 2,73%، 2,79% و 5,87% بالاترین دقت را نشان دادند. مدل مخلوط تنها نیروی درگ را به عنوان مکانیسم لغزش در نظر می‌گیرد و ناسلت را کمتر از مقدار تجربی پیش‌بینی می‌کند. مدل لاگرانژی در کسر حجمی کم دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌های دوفازی دارد، زیرا نانوذرات را به عنوان فاز گسسته در نظر می‌گیرد، همانطور که در واقعیت وجود دارد. مهدوی و همکاران [38]، انتقال حرارت و افت

فشار جریان آرام نانوسیالات آلومینا/آب، زیر کونیا/آب و سیلیکون اکساید/آب (در کسر حجمی بالاتر از 2,76%)، را در لوله عمودی با استفاده از مدل‌های لاگرانژی و مخلوط بررسی کردند. مدل لاگرانژی دقت بالاتری در پیش بینی انتقال حرارت نانوسیالات در کسر حجمی کم داشته است زیرا این مدل فاز ذرات را به صورت گسسته در نظر می‌گیرد همانطور که در واقعیت وجود دارد، اما مدل مخلوط هر فاز را به صورت پیوسته فرض می‌کند. نتایج مدل مخلوط بسیار وابسته به خواص انتقالی تجربی دارد، اما مدل لاگرانژی نیاز به خواص مخلوط ندارد و صرفاً نیاز به نیروهای نفوذ یا فعل و انفعال تجربی یا تئوری دارد. مدل فاز گسسته (لاگرانژی) در شبیه سازی نانوسیال با غلظت بالا، به دلیل وجود پدیده‌های خوشه بندی و تجمع، ضعیف است. حشمتی و همکاران [39]، از مدل‌های تک فازی همگن، براونی و پراکندگی برای بهبود تخمین ضریب اصطکاک جریان آرام نانوسیال در لوله‌ها، استفاده کردند. به طور کلی، در بین مدل‌های تک‌فازی، مدل پراکندگی، پیش‌بینی دقیق‌تری از ضریب انتقال حرارت و فاکتور اصطکاک دارد. همچنین به این نتیجه رسیدند که فرض مکانیسم اختلاط، به نمایندگی از اثرات پراکندگی و براونی در نانوسیال، نامعتبر است. فرض اصلی مدل براونی این است که عدد پراتل برابر واحد است، یعنی اثر حرکت براونی شبیه پدیده اختلاط است. اما ثابت شده که نفوذ حرارتی بسیار سریعتر از نفوذ مومنوم (نفوذ براونی) است، یعنی جنبش نانوذرات برای انتقال مقدار قابل توجه حرارت از طریق نانوسیال، بسیار آهسته است. بنابراین برای بهبود پیش‌بینی انتقال حرارت نسبت به مدل همگن باید پراتل نفوذی به عنوان پراتل براونی استفاده شود، چون حرکت براونی، جنبش بالک در سیال را القا نمی‌کند. البوجمال و وفایی [40]، جریان جابجایی اجباری نانوسیال آلومینا/آب را در لوله تحت شار حرارتی ثابت بررسی کردند. مدل تک فازی همگن و مدل‌های دو فازی مخلوط و اویلری-لاگرانژی جهت حل عددی به کار برده شده‌اند. خواص ترموفیزیکی در دو حالت مستقل و وابسته به دما در نظر گرفته شده‌اند. مدل مخلوط دو فازی با خواص ترموفیزیکی وابسته به دما به درستی انتقال حرارت را پیش بینی نمی‌کند. براساس مقایسه با داده‌های تجربی مدل تک فازی بهترین تطابق را داشته است و حداکثر انحراف آن از مدل لاگرانژی 6% است. برای نانوسیالات، تعداد ذرات در دامنه محاسباتی حتی برای کسر حجمی کوچک ذرات، بسیار بزرگ است. این باعث می‌شود در غلظت بالای نانوسیال، امکان حل مساله جریان نانوسیال توسط روش لاگرانژی محدود شود. سربازی و هرمزی [41]، مدل‌سازی جریان جابجایی اجباری آرام نانوسیالات آلومینا/آب و سیلیکون اکساید/آب در کانال بدون فین و نانوسیال سیلیکون اکساید/آب در کانال با اشکال مختلف فین را انجام دادند. شکل (12)، کانال با سطح مقطع‌های مختلف فین را نشان می‌دهد. کسر جرمی نانوسیالات 0,2% وزنی است، لذا به علت غلظت کم نانوسیالات از مدل تک فازی همگن استفاده شده است. شکل (13) نتایج اعتبارسنجی نانوسیالات در کانال بدون فین را نشان می‌دهد. متوسط انحراف نتایج شبیه‌سازی انتقال حرارت از نتایج عددی آب، نانوسیال سیلیکون اکساید/آب و آلومینا/آب، به ترتیب 5,1%، 3,7% و 4,3% و متوسط انحراف افت فشار به ترتیب 9,5%، 6,8% و 8,5% می‌باشد. در شکل (14) مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی در کانال با فین‌های مختلف ارائه شده است. متوسط انحراف نتایج عددی با نتایج تجربی ضریب انتقال حرارت جابجایی فین مستطیلی، ربع‌دایره (1)، ربع‌دایره (2) و نیم دایره به ترتیب برابر 10%، 10,7%، 11,7% و 14,4% می‌باشد. اختلاف بین نتایج عددی و تجربی ناشی از فرضیات ساده‌کننده‌ای است که در مدل‌سازی در نظر گرفته شده

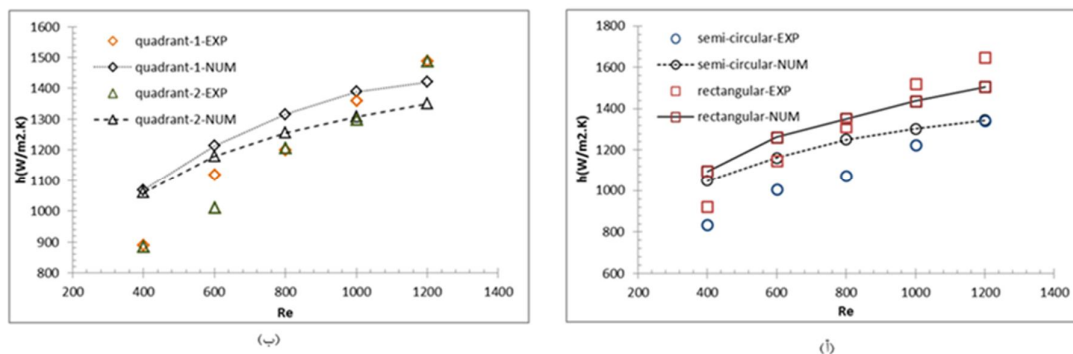
است. سیال همگن، نیوتنی و تراکم ناپذیر، و خواص ترموفیزیکی ثابت فرض شده است. همچنین از رسوب، خوشه بندی و ناپایداری نانوذرات در سیال پایه صرف نظر شده است.



شکل (12) انواع سطح مقطع فین. (آ) فین مستطیلی (ب) فین ربع دایره (1) (ج) فین ربع دایره (2) (د) فین نیم دایره [41]



شکل (13) مقایسه نتایج (آ) ضریب انتقال حرارت جابجایی و (ب) افت فشار حاصل از شبیه سازی با نتایج تجربی سیالات خنک کننده مختلف بر حسب رینولدز [41]



شکل (14) مقایسه نتایج ضریب انتقال حرارت جابجایی حاصل از شبیه سازی با نتایج تجربی نانوسیال درون کانال با فین بر حسب رینولدز. (آ) فین مستطیلی و نیم دایره (ب) فین ربع دایره (1) و ربع دایره (2). [41]

سایر مطالعات انجام شده در این زمینه در جدول (2) خلاصه شده است.

**جدول (2). مروری بر مطالعات پیشین در زمینه مدلسازی عددی نانوسیالات**

ردیف	ارائه دهنده	نانوسیال	مدل	توضیحات	نتایج
1	اکبری و همکاران [36]	آلومینا/آب	مدل تک فازي همگن مدل های دو فازي مخلوط، حجم سیال، اویلری	جریان جابجایی مخلوط آرام نانوسیال در لوله دایره ای تحت شار حرارتی یکنواخت دیواره	1. مدل های دوفازی اساسا پیش بینی های یکسانی از انتقال حرارت دارند و مقادیر بالاتری نسبت به داده های تجربی دارند. 2. در نزدیکی ورودی لوله پیش بینی مدل تک فازي و دوفازی از انتقال حرارت مشابه است، اما در خروجی لوله نتایج متفاوت است. این اختلاف ناشی از پروفایل سرعت، بزرگی و موقعیت سرعت محوری ماکسیمم است. 3. با افزایش رینولدز اختلاف بین مدل های تک فازي و دوفازی افزایش می یابد. 4. هر دو نوع مدل، تقریبا در زمینه هیدرودینامیک پیش بینی یکسانی دارند.
2	اکبری و همکاران [42]	آلومینا/آب مس/آب	مدل تک فازي همگن مدل های دو فازي مخلوط، حجم سیال، اویلری	جریان جابجایی اجباری آشفته نانوسیال در لوله با شار حرارتی یکنواخت دیواره	1. در کسر حجمی کم رابطه هدایت حرارتی و در کسر حجمی زیاد، هر دو رابطه هدایت حرارتی و ویسکوزیته در مدل ها در محاسبه ناسلت اهمیت می یابد. 2. مدل تک فازي ناسلت را کمتر از مقدار تجربی پیش بینی می کند که ناشی از این حقیقت است که این مدل اثر عدد رینولدز روی اندازه خوشه ذرات و حرکت براونی آنها را در نظر نمی گیرد. 3. پیش بینی حرارتی توسط سه مدل دو فازي وابسته به کسر حجمی است و دور از داده های تجربی است، اما مدل تک فازي در جریان آشفته دقیق تر است.
3	کشاوری و مروجی و	آلومینا/آب	مدل تک فازي همگن مدل دوفازی لاگرانژی	جابجایی اجباری جریان آرام و توسعه یافته نانوسیال در لوله مدور تحت شار حرارتی ثابت	افزایش بالاتر از متوسط ضریب انتقال حرارت در مدل لاگرانژی نسبت به مدل تک فازي، به دلیل در نظر گرفتن گرانش و درگ می باشد.



				اسماعیلی [37]	
1. در غلظت حجمی کم، اختلاف بین مدل‌های تک فازی و دوفازی محسوس نیست، اما با افزایش کسر حجمی، مدل دوفازی نتایج دقیقتری دارد. 2. نتایج مدل دوفازی از هر دو جنبه هیدرودینامیکی و حرارتی بسیار به یکدیگر نزدیکند، اما با توجه به حافظه و زمان اجرا، مدل مخلوط پیشنهاد شده است.	جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال در مینی‌کانال با چاهک حرارتی	مدل تک فازی همگن مدل‌های دوفازی حجم سیال، مخلوط، اویلری	آلومینا/آب	کشاورز مروجی و اردهالی [43]	4
1. مدل تک فازی، ناسلت را در ورودی لوله کمتر و مدل دوفازی بیشتر تخمین می‌زند. 2. در مدل‌های دوفازی، مدل اویلری در کسر حجمی کم و مدل مخلوط در کسر حجمی بالا خطای کمتری دارد. 3. مدل تک فازی و مدل دوفازی مخلوط، با تغییر غلظت تغییری در ضریب اصطکاک نشان نمی‌دهند. اما مدل اویلری این تغییر را تا حدودی نشان می‌دهد. 4. مدل پراکندگی که گرادیان سرعت را در تعریف هدایت پراکندگی استفاده می‌کند، در مقایسه با مدل تک فازی همگن در ورودی لوله موثرتر است. با این حال مدل‌های دوفازی ضریب انتقال حرارت جابجایی و ضریب اصطکاک را دقیق‌تر پیش بینی می‌کنند.	جریان نانوسیال در ناحیه ورودی لوله گرم شده خواص ترموفیزیکی وابسته به دما	مدل تک فازی با و بدون اثر پراکندگی مدل‌های دوفازی اویلری و مخلوط	آلومینا/آب	گوکتپ و همکاران [32]	5
مدل دوفازی در غلظت بالای نانوسیال در هر دو جریان آرام و آشفته، خطای کمی دارد. مدل مخلوط، دقیق‌تر از مدل اویلری است.	جابجایی اجباری جریان آرام و آشفته نانوسیال در لوله‌های کوچک	مدل‌های دوفازی مخلوط و اویلری	گاما- آلومینا/آب اکسید مس/آب	چن و همکاران [35]	6

<p>مدل مخلوط کمترین خطا را نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی داشت.</p>	<p>جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال در مبدل صفحه-فین با گردابه ساز</p>	<p>مدل همگن تک فازی مدل های دو فازی مخلوط و اوپلری</p>	<p>مس/آب</p>	<p>خوشوقت علی آبادی و همکاران [9]</p>	7
<p>مدل پراکندگی قادر به پیش بینی دقیق ضریب انتقال حرارت و فاکتور اصطکاک نانوسیال است.</p>	<p>جریان آرام نانوسیال در لوله مدور گرم</p>	<p>مدل های تک فازی همگن، براونی و پراکندگی</p>	<p>آلومینا/آب اکسید مس/آب</p>	<p>حشمتی و ارتورک [39]</p>	8
<p>مدل دو فازی دقت بالاتری نسبت به مدل تک فازی دارد.</p>	<p>جریان جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیالات در میکروکانال با تیغه</p>	<p>مدل تک فازی همگن مدل دو فازی مخلوط</p>	<p>آلومینا/آب</p>	<p>باری قلعه و همکاران [44]</p>	9
<p>مدل های تک فازی نیوتنی و مدل دوفازی اوپلری-لاگرانژی، مدل های توصیه شده برای جریان آشفته اند.</p>	<p>جریان جابجایی اجباری آشفته نانوسیال در لوله با شار حرارتی ثابت</p>	<p>مدل های تک فازی همگن (نیوتنی و غیرنیوتنی) مدل های دوفازی اوپلری، مخلوط، لاگرانژی</p>	<p>مس/آب</p>	<p>بهرویان و همکاران [45]</p>	10
<p>مدل های دو فازی در کسر حجمی بالای ذرات دقت بیشتری نسبت به مدل تک فازی دارند. مدل مخلوط نسبت به مدل حجم سیال پیش بینی بهتری دارد.</p>	<p>جریان جابجایی اجباری آشفته نانوسیال در لوله دایره ای تحت دمای ثابت دیواره</p>	<p>مدل تک فازی همگن مدل های دو فازی حجم سیال و مخلوط</p>	<p>اکسید منیزیم/آب</p>	<p>داورنژاد و جمشیدزاده [46]</p>	11



<p>مدل لاگرانژی دقت بالاتری در پیش بینی انتقال حرارت نانوسیالات در غلظت کم و مدل مخلوط در غلظت بالا داشته است.</p> <p>نتایج مدل مخلوط بسیار وابسته به خواص انتقالی تجربی دارد، اما مدل لاگرانژی نیاز به خواص مخلوط ندارد و صرفاً نیاز به نیروهای نفوذ یا فعل و انفعال تجربی یا تئوری دارد.</p>	<p>جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیالات در لوله عمودی</p>	<p>مدل های دو فازي مخلوط و لاگرانژی</p>	<p>آلومینا/آب زیر کونیا/آب ب سیلیکون اکساید/آب</p>	<p>مهدوی و همکاران [38]</p>	<p>12</p>
<p>در مدل های تک فازي به ترتیب مدل پراکندگی، مدل تک فازي همگن غیرنیوتنی و نیوتنی بالاترین دقت را داشتند.</p> <p>در مدل های دو فازي مدل لاگرانژی، اوپلری و مخلوط بالاترین دقت را داشتند.</p> <p>دقت مدل های دو فازي بیشتر از مدل های تک فازي است.</p>	<p>جریان جابجایی اجباری آرام نانوسیال در لوله گرم</p>	<p>مدل های تک فازي همگن (نیوتنی و غیرنیوتنی) و پراکندگی (بر پایه گرادیان دما و سرعت) مدل های دو فازي اوپلری، مخلوط، لاگرانژی</p>	<p>آلومینا/آب</p>	<p>بهرویان و همکاران [17]</p>	<p>13</p>
<p>مدل اوپلری-لاگرانژی در کسر حجمی کمتر از 0,5% دقت بالایی دارد اما در غلظت های بالاتر مدل تک فازي پیش بینی بهتری دارد.</p>	<p>جریان جابجایی اجباری آشفته نانوسیال در لوله دایره ای تحت شار حرارتی ثابت</p>	<p>مدل تک فازي همگن مدل دو فازي اوپلری-لاگرانژی</p>	<p>آلومینا/آب تیتانیوم اکساید/آب مس/آب</p>	<p>کومار و پورانیک [47]</p>	<p>14</p>
<p>مدل مخلوط دو فازي با خواص ترموفیزیکی وابسته به دما به درستی انتقال حرارت را پیش بینی نمی کند.</p>	<p>خواص ترموفیزیکی در دو حالت مستقل و وابسته به دما</p>	<p>مدل تک فازي همگن</p>	<p>آلومینا/آب</p>	<p>البوجمال و وفایی [40]</p>	<p>15</p>



		مدل‌های دوفازی مخلوط و لاگرانژی	جریان جابجایی اجباری نانوسیال در لوله تحت شار حرارتی ثابت	براساس مقایسه با داده‌های تجربی مدل تک فازی بهترین تطابق را داشته است. اختلاف آن با پیش‌بینی مدل لاگرانژی نزدیک 6% است.
16	لیو و همکاران [48]	مدل دو فازی اوپلری- لاگرانژی آلومینا/آب	اثر شکل نانوذره روی انتقال حرارت جابجایی اجباری آرام در لوله منحنی با سطح مقطع مربعی	مدل اوپلری-لاگرانژی می‌تواند انتقال حرارت نانوسیالات حاوی ذرات غیرکروی را به خوبی پیش‌بینی کند.
17	سربازی و هرمزی [41]	مدل تک فازی همگن آلومینا/آب سیلیکون اکساید/آب	جابجایی اجباری نانوسیال در کانال با و بدون فین تحت شرط مرزی شار حرارتی ثابت	متوسط انحراف نتایج شبیه‌سازی انتقال حرارت از نتایج عددی آب، نانوسیال سیلیکون اکساید/آب و آلومینا/آب، به ترتیب 5,1%، 3,7% و 4,3% و متوسط انحراف افت فشار به ترتیب 9,5%، 6,8% و 8,5% می‌باشد.

## نتیجه گیری

در این مطالعه، مدل‌های تک فازی و دوفازی مورد استفاده در شبیه سازی حرارتی و هیدرودینامیکی نانوسیالات، همچنین مکانیسم انتقال حرارت نانوذرات، بررسی شده‌اند. مدل‌های تک فازی بررسی شده شامل مدل‌های همگن نیوتنی و غیرنیوتنی، مدل پراکندگی و مدل براونی هستند. مدل‌های دوفازی شامل چهار مدل اوپلری، لاگرانژی، مخلوط و مدل حجم سیال هستند. با مقایسه مدل‌های تک فازی و دو فازی به نتایج کلی زیر به دست می‌آید:

1. زمانی که تنها به اطلاعاتی درباره خواص ترموفیزیکی مخلوط بدون نیاز به خواص ذره و سیال به صورت جداگانه باشد، مدل تک فازی روشی سریع و کم هزینه برای تحلیل نانوسیالات است. در هر دو جریان آرام و آشفته، زمانی که کسر حجمی ذرات در سیال کم باشد، مدل تک فازی دقت خوبی در پیش‌بینی ضرایب انتقال حرارت دارد.

2. مدل پراکندگی تک فازی، به علت در نظر گرفتن اثر پراکندگی ناشی از جنبش نامنظم ذرات، حرکت نسبی و تشابه با جریان آشفته، برای کسر حجمی بالاتر ذرات و همچنین جریان‌های آشفته مناسب است. این مدل دقیق‌ترین مدل تک فازی است.

3. زمانی که کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد، عواملی مثل تعامل و برخورد بین ذرات، پراکندگی شدید نانوذرات درون سیال پایه، لایه بندی در فصل مشترک جامد-مایع و خوشه بندی نانوذرات را باید در نظر گرفت. این عوامل باعث سرعت لغزشی بین ذرات و سیال و توزیع ناهمگن ذرات در سیال می‌شود که در مدل‌های دو فازی اعمال شده‌اند، لذا این مدل‌ها در کسر حجمی بالای ذرات مناسب‌اند.

4. مدل لاگرانژی در کسر حجمی کم دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌های دو فازی در پیش‌بینی انتقال حرارت نانوسیالات دارد. مدل‌های اوپلری در غلظت‌های بالا قدرت محاسباتی بیشتری نسبت به مدل لاگرانژی دارد. در جریان آرام، مدل‌های دو فازی اساساً پیش‌بینی‌های یکسان دارند، اما در جریان آشفته دقت آن‌ها متفاوت است. مدل لاگرانژی و مخلوط نسبت به سایر مدل‌های دو فازی برای جریان آشفته دقت بالاتری دارند.

5. در مقایسه مدل‌های تک فازی و دو فازی، تقریباً هر دو نوع مدل در زمینه هیدرودینامیک (توزیع سرعت) پیش‌بینی یکسانی دارند، اما در زمینه حرارتی (توزیع دما) تفاوت دارند، که به دلیل تفاوت در انتخاب مکانیسم انتقال حرارت، فرضیات اصلی مدل‌ها و انتخاب معادلات مناسب برای خواص ترموفیزیکی است. اگر اندازه ذرات پراکنده در فاز پیوسته بسیار کوچک، بار جرمی و تعداد ذرات کم باشد، می‌توان از اثرات ذرات فاز پراکنده بر میدان جریان فاز پیوسته صرف نظر کرد و از مدل تک فازی جهت مدلسازی نانوسیال استفاده کرد. در صورتی که کسر حجمی ذرات افزایش یابد و یا دانسیته ذرات آن قدر بالا باشد که برهم‌کنش ذره-ذره نیز رخ بدهد، وجود فاز پراکنده تاثیر مشخصی بر میدان جریان فاز پیوسته می‌گذارد، لذا مدل‌های دوفازی به کار گرفته می‌شود. مهم‌ترین محدودیت مدل‌های دوفازی، هزینه محاسباتی بیشتر آنها نسبت به مدل‌های تک فاز است. با توجه به نوع مساله، امکانات موجود و دقت مورد نیاز، می‌توان از مدل‌های تک فاز و یا دو فاز استفاده کرد.



## فهرست علائم و نشانه ها:

**Symbol:**

$a$ ( $m/s^2$ )	شتاب
$C_c$	فاکتور کانینگهام
$C_D$	ضریب درگ
$C_p$ ( $J/kg.K$ )	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت
$d_p$ (m)	قطر نانوذره
$f$	ضریب اصطکاک درگ
$F$ (N)	نیرو
$g$ ( $m/s^2$ )	شتاب گرانش
$h$ ( $W/m^2.K$ )	ضریب انتقال حرارت
$k$ ( $W/m.K$ )	هدایت حرارتی
$k_B$	ثابت بولتزمن
$m_p$ (kg)	جرم یک نانوذره
$Nu$	عدد ناسلت
$p$ ( $N/m^2$ )	فشار استاتیکی
$Pr$	عدد پرانتل
$Re$	عدد رینولدز
$S_e$	ترم چاه/چشمه معادله انرژی
$S_m$	ترم چاه/چشمه معادله مومنتوم
$T$ (K)	دما
$T'$ (K)	دمای نوسانی
$t$ (s)	زمان
$u, v$ (m/s)	سرعت در جهات دو بعدی

$V$ (m/s)	سرعت
$V'$ (m/s)	سرعت نوسانی
$V_{dr,k}$ (m/s)	سرعت راندگی
$V_{rel}$ (m/s)	سرعت نسبی سیال پایه و نانوذرات
$\omega$ (rad/s)	بردار گردابی
$x, y$ (m)	جهت محوری دو بعدی

### Greek symbol

$\mu$ (kg/m.s)	ویسکوزیته
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	دانسیته
$\lambda$	مسیر آزاد متوسط مولکول
$\phi$	کسر حجمی ذره
$\tau$ (N/m <sup>2</sup> )	تنش برشی
$\delta V$ (m <sup>3</sup> )	حجم سلول
$\Upsilon$	ریت محوری تانسور تغییر شکل

### Subscripts

bf	سیال پایه
br	براونی
d	پراکنده
eff	موثر
p	ذره
l	فاز مایع
m	مخلوط
nf	نانوسیال



## منابع

1. Saidur, R., Leong K. Y., Mohammad H. A., A review on applications and challenges of nanofluids, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 15, 2011, pp. 1646-1668.
2. Keblinski P., Eastman J.A., Cahill D.G., Nanofluid for thermal transport, *Material study*, Vol. 8, 2005, pp. 36-44.
3. Choi U.S., Enhancing thermal conductivity of fluids with nano-particles, *ASME, Fluids Engineering Division*, Vol. 231, 1995, pp. 99-103.
4. Trisaksri V., Wongwiset S., Critical review of heat transfer characteristics of nanofluids, *Renewable and Sustainable, Energy Review*, Vol. 11, 2007, pp. 512-524.
5. Khoshvaght-Aliabadi M., Hormozi F., Zamzamian A., Role of channel shape on performance of plate-fin heat exchangers: Experimental assessment, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 79, 2014, pp. 183-193.
6. Hosseinirad E., Hormozi F., Performance intensification of miniature channel using wavy vortex generator and optimization by response surface methodology: MWCNT-H<sub>2</sub>O and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O nanofluids as coolant fluids, *Chemical Engineering & Processing: Process Intensification*, Vol. 124, 2018, pp. 83-96.
7. Kamalgharibi M., Hormozi F., Zamzamian A., Sarafraz M. M., Experimental studies on the stability of CuO nanoparticles dispersed in different base fluids: influence of stirring, sonication and surface active agents, *Heat Mass Transfer*, Vol. 52, 2016, pp. 56-62.
8. Kamal M. G., Zamzamian A., Hormozi F., Experimental Study of Stability of Deionized Water Based Copper Oxide Nanofluid and Achievement to the Optimal Stability Conditions, *AMIRKABIR JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING (AMIRKABIR)*, Vol. 48, 2016, pp. 9-12.
9. Khoshvaght-Aliabadi M., Hormozi F., Zamzamian A., Effects of geometrical parameters on performance of plate-fin heat exchanger: Vortex-generator as core surface and nanofluid as working media, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 70, 2014, 565-579.
10. Kamyar A, Saidur R and Hasanuzzaman M., Application of Computational Fluid Dynamics (CFD) for nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, 2012, pp. 4104-4115.
11. Wang X.Q and Mujumdar A.S., Heat transfer characteristics of nanofluids: a review. *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 46, 2007, pp. 1-19.
12. Ding Y, Chen H, Wang L., Heat transfer intensification using nanofluids, *KONA*. Vol. 25, 2005, pp. 23-28.
13. Kakac S, Pramuanjaroenkij A., Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, 2009, pp. 3187-3196.
14. Vidonsky P. R., Augusto F., Review of the mechanisms responsible for heat transfer enhancement using nanofluids, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 108, 2016, pp. 720-739

15. Pirahmadian M.H and Ebrahimi A., Theoretical Investigation Heat Transfer Mechanisms in Nanofluids and the Effects of Clustering on Thermal Conductivity. *International journal of Bioscience, Biochemistry and Bioinformatics*, Vol 2, 2012, pp. 90-94.
16. Hussien A.A., Abdullah M.Z. and Al-Nimr M.A., Single-phase heat transfer enhancement in micro/minichannels using nanofluids: Theory and applications, *Applied Energy*, Vol 164, 2016, pp. 733–755.
17. Behroyan I., Vanaki Sh.M., Ganesan, P. and Saidur R., A comprehensive comparison of various CFD models for convective heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid inside a heated tube, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol70, 2016, pp. 27-37.
18. Maxwell, J. C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Clarendon Press, Oxford, UK, second edition, 1881.
19. Hamilton, R. L. and Crosser, O. K. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. *I&EC Fundam*, Vol 1, 1962, pp. 182–191.
20. Rudyak V.Ya. And Krasnolutskii S.L., Dependence of the viscosity of nanofluids on nanoparticle size and material, *Physics Letters A*, Vol. 378, 2014, pp1845-1849.
21. Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N. *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, 2002.
22. Tseng, W. and Lin, K.-C. Rheology and colloidal structure of aqueous TiO<sub>2</sub> nanoparticle suspensions. *Material Science and Engineering: A*, Vol 355, 2003, pp. 186–192.
23. Maiga, S. E. B., Nguyen, C. T., Galanis, N., and Roy, G. Hydrodynamic and thermal behaviors of a nanofluid in a uniformly heated tube. Vol. 5 of *Computational Studies*, WIT Press, 2004.
24. Koo J., Kleinstreuer C., A new thermal conductivity model for nanofluids, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 6, 2004, pp. 577-588.
25. Kulkarni, D. P., Das, D. K., and Chukwu, G., Temperature dependent rheological property of copper oxide nanoparticles suspension (Nanofluid), *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, Vol. 6, 2006, pp. 1150–1154.
26. Corcione M., Rayleigh-Benard convection heat transfer in nanoparticle suspensions. *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol. 32, 2011, pp. 65-77.
27. Vakili-Nezhaad G. and Dorany A. Effect of single-walled carbon nanotube on the viscosity of lubricants. *Energy Procedia*, Vol. 14, 2012, pp. 512–517.
28. Hemmat Esfe M., Saedodin S., Mahian O. and Wongwises S., Thermophysical properties, heat transfer and pressure drop of COOH-functionalized multi walled carbon nanotubes/water nanofluids. *International Communication Heat and Mass Transfer*, Vol. 58, 2014, pp.176–183.
29. Nabil M.F, Azmi W.H, Abdul Hamid K. et al. An experimental study on the thermal conductivity and dynamic viscosity of TiO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> nanofluids in water: Ethylene glycol mixture. *Int. Commun. Heat Mass Trans.* Vol. 86, 2017, pp. 181–189.
30. Xuan Y. and Roetzel W., Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, 2000, pp. 3701-3707.



31. Koo J. and Kleinstreuer C., Laminar nanofluid flow in microheat-sinks, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 48, 2005, pp. 2652-2661.
32. Göktepe S., Atalık K. and Ertürk H., Comparison of single and two-phase models for nanofluid convection at the entrance of a uniformly heated tube. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 80, 2014, pp. 83-92.
33. Ranade V., *Computational flow modeling for chemical reactor engineering*, Academic press, india, 2002.
34. Akbarinia A., Laur R., Investigating the diameter of solid particles effects on a laminar nanofluid flow in a curved tube using a two phase approach, *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol. 30, 2009, 706-714.
35. Chen Y., Li Y. , Liu Zh., Numerical simulations of forced convection heat transfer and flow characteristics of nanofluids in small tubes using two-phase models, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 78, 2014, pp. 993-1003
36. Akbari M., Galanis, N. and Behzadmehr A., Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, 2011, pp. 1343-1354.
37. Keshavarz Moraveji M. and Esmaeili E., Comparison between single-phase and two-phases CFD modeling of laminar forced convection flow of nanofluids in a circular tube under constant heat flux, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, 2012, pp. 1297-1302
38. Mahdavi M., Sharifpur M. and Meyer J.P., CFD modelling of heat transfer and pressure drops for nanofluids through vertical tubes in laminar flow by Lagrangian and Eulerian approaches. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 88, 2015, pp. 803–813.
39. Heshmati F. and Ertürk H., Single-phase models for improved estimation of friction factor for laminar nanofluid flow in pipes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 95, 2016, pp. 416-425.
40. Albojamal A. and Vafai K., Analysis of single phase, discrete and mixture models, in predicting nanofluid transport. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 114, 2017, pp. 225–237.
41. زهرا سربازی و فرامرز هرمزی، بررسی تجربی و عددی عملکرد حرارتی نانوسیال در کانال با سطح مقطع‌های مختلف فین، پایان نامه کارشناسی ارشد، 1396، دانشکده مهندسی شیمی-نفت و گاز، دانشگاه سمنان.
42. Akbari M., Galanis, N. and Behzadmehr A., Comparative assessment of single and two-phase models for numerical studies of nanofluid turbulent forced convection, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 37, 2012, pp. 136-146.
43. Keshavarz Moraveji M. and Mohammadi Ardehali R., CFD modeling (comparing single and two-phase approaches) on thermal performance of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid in mini-channel heat sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 44 ,2013, pp. 157–164.

44. Yari Ghale Z., Haghshenasfard M. and Nasr Esfahany M., Investigation of nanofluids heat transfer in a ribbed microchannel heat sink using single-phase and multiphase CFD models, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 68, 2015, pp. 122-129.
45. Behroyan I., Ganesan P., He S. And Sivasankaran S., Turbulent forced convection of Cu-water nanofluid: CFD model comparison, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 67, 2015, pp. 163-172.
46. Davarnejad R. and Jamshidzadeh M., CFD modeling of heat transfer performance of MgO-water nanofluid under turbulent flow. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. Vol. 18, 2015, 536-542.
47. Kumar N. and Puranik B.P., Numerical study of convective heat transfer with nanofluids in turbulent flow using a Lagrangian-Eulerian approach, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 111, 2017, pp. 1674–1681.
48. Liu F., Cai Y., Wang L. and Zhao J., Effects of nanoparticle shapes on laminar forced convective heat transfer in curved ducts using two-phase model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 116, 2018, pp. 292–305